LIVRE BLANC

Modélisation de l'indicateur de rang dans iBwave Design

Par Ali Jemmali, Ph.D

Décembre 2018

Contenu

Modélisation des canaux MIMO et calcul des indicateurs de rang dans iBwave Design

1 Introduction

Dans la configuration SISO d'un système de communication sans fil, le canal entre l'émetteur et le récepteur est caractérisé par un élément. Dans notre outil, cet élément représente la perte de chemin entre l'émetteur et le récepteur et il est calculé comme une valeur médiane où l'information de phase du signal n'est pas prise en compte et donc la valeur calculée est une valeur réelle.

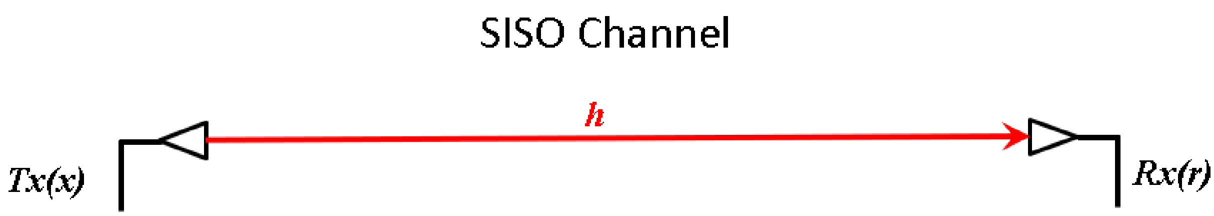

Figure 1: Modèle de transmission SISO

$$\textbf{Eq.}\ (1) \quad y = h \times x$$

Dans une configuration MIMO, plusieurs antennes sont utilisées à la fois du côté de l'émetteur et du côté du récepteur pour transmettre et recevoir des signaux. Dans le cas d'une configuration MIMO avec deux antennes d'émission et deux antennes de réception, ce type de configuration peut être modélisé schématiquement comme suit :

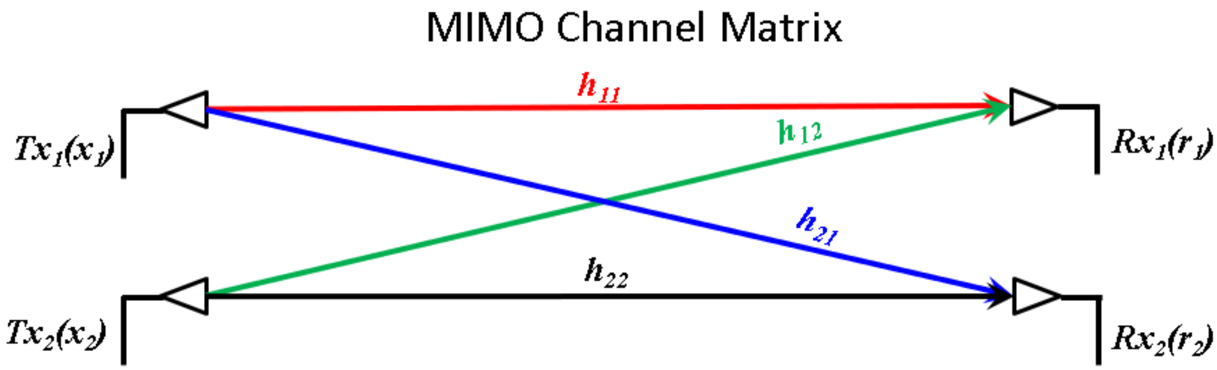

Figure 2: Modèle de transmission MIMO

Deux modes de fonctionnement peuvent être utilisés dans une configuration MIMO, à savoir le mode diversité et le mode multiplexage. En mode diversité, un flux de signaux est transmis sur les deux antennes d'émission. Les performances du système MIMO peuvent être améliorées en termes de couverture radio, de rapport signal/bruit et de rapport d'interférence. En mode multiplexage, deux flux de signaux différents peuvent être transmis, et les performances des systèmes MIMO peuvent être améliorées en termes d'efficacité spectrale et de débit de données. Le mode de fonctionnement du système MIMO (diversité ou multiplexage) dépend principalement de l'évaluation du canal MIMO. Dans les sections suivantes, nous décrirons comment évaluer le canal MIMO ?

2 Modélisation des canaux MIMO

Le système MIMO 2x2 modélisé ci-dessus peut être décrit mathématiquement par les deux équations linéaires suivantes :

$$\textbf{Eq.}\,(2) \qquad \begin{cases} r_1 = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 \\ r_2 = h_{21}x_1 + h_{22}x_2 \end{cases}$$

où r_1 et r_2 sont les signaux reçus au niveau du récepteur 1 et du récepteur 2 respectivement. x_1 et x_2 représentent les signaux transmis par l'émetteur 1 et l'émetteur 2 respectivement. Les facteurs h_{ij} représentent le coefficient complexe du canal (réponse du canal) entre le récepteur i et l'émetteur j. Par souci de simplicité, les termes de bruit ont été exclus des équations. Les équations ci-dessus peuvent être représentées dans un format matriciel plus compact comme suit :

$$\textbf{Eq.}\,(3)\quad \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ou de manière équivalente :

$$\textbf{Eq.}\,(4)\quad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{H}.\boldsymbol{x}$$

où

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix};\quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix};\quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, pour la configuration MIMO dans le cas général, le canal entre N émetteurs et N récepteurs est caractérisé par une matrice de canal mathématique $\mathbf{H}$ de taille (N x N), où les éléments, h_{ij} , de la matrice de canal sont des valeurs complexes et où chaque élément représente le coefficient de canal complexe entre un émetteur et un récepteur.

Pour prédire la valeur complexe de chaque élément du canal matriciel, l'information de phase de chaque rayon contribuant doit être prise en compte dans le calcul de l'affaiblissement du trajet entre chaque émetteur et chaque récepteur. Sur la base du diagramme de traçage des rayons à un pixel spécifique, l'équation de perte de trajet (PL) peut être décrite comme une sommation de valeurs complexes qui sont considérées comme l'effet de trajet multiple du canal radio :

$$\textbf{Eq.}\,(5)\quad PL[n] \approx \sum_{i=1}^{N} \frac{e^{(-jkd_i)}}{d_i}$$

où d_i est la distance du rayon i et N le nombre de rayons contribuant à l'affaiblissement du trajet. La figure suivante montre un exemple de diagramme de traçage de rayons avec 3 rayons (1 rayon direct LOS et 2 rayons réfléchis)

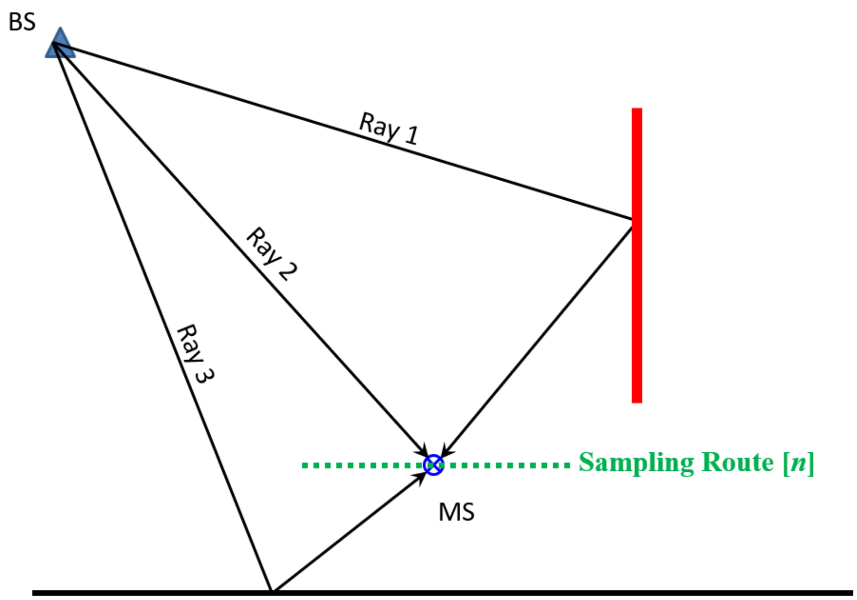

Figure 3: Exemple de diagramme de traçage de rayons

Dans tout système de communication sans fil, la tâche principale d'un récepteur est de déterminer le signal transmis qui lui est inconnu. Sur la base de l'équation Eq. (2), le récepteur doit résoudre une certaine équation concernant les signaux transmis.

2.1 Calcul des éléments de la matrice du canal H

En général, pour évaluer la matrice du canal MIMO, il faut exécuter l'algorithme de traçage de rayons pour chaque paire de liaisons de réception et d'émission. Par exemple, dans le cas d'un système MIMO 2x2, l'algorithme de traçage de rayons doit être exécuté quatre fois pour évaluer les quatre éléments de la matrice du canal, h_{11} , h_{12} , h_{21} et h_{22} . Cependant, cette approche augmenterait le temps d'exécution par quatre par rapport à la configuration SISO où l'algorithme de traçage de rayons ne peut être exécuté qu'une seule fois. Cependant, d'après la théorie des réseaux d'antennes linéaires uniformes (ULAA), on peut calculer un seul élément de canal à partir de la matrice $\mathbf{H}$, puis calculer tous les autres éléments de canal en appliquant le concept de déphasage entre les éléments d'antenne d'un réseau d'antennes linéaires uniformes. En supposant un réseau d'antennes colocalisées, une propagation planaire des ondes et un environnement non diffusant à proximité de l'élément d'antenne du réseau d'antennes, le déphasage entre l'élément d'antenne peut être évalué comme suit [3] :

$$\textbf{Eq.}\,(6)\quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n \times d \times cos(\alpha)$$

où α représente l'angle de départ (ou d'arrivée) du rayon contribuant à l'équation de l'affaiblissement sur le trajet ; n représente le nombre d'éléments d'antenne dans le réseau d'antennes et d représente la distance uniforme entre les éléments d'antenne. Pour les deux réseaux d'antennes, à l'émission et à la réception, le concept de calcul du déphasage peut être illustré dans la figure suivante :

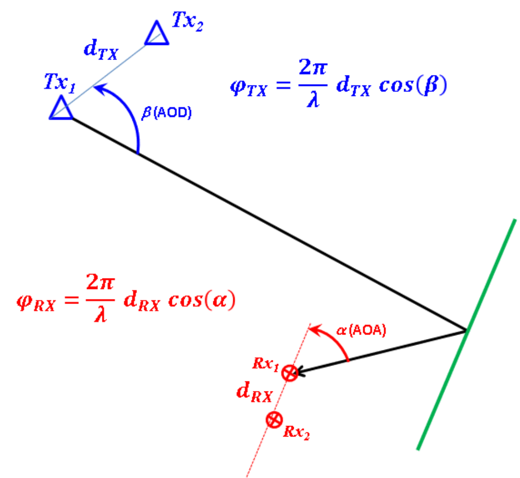

Figure 4: Principe des calculs de déphasage

où φ_{Tx} et φ_{Rx} représentent le déphasage au niveau de l'élément d'antenne d'émission et de réception respectivement. Sur la base de cette approche, on peut calculer h_{11} à l'aide d'un diagramme de traçage de rayons entre le premier élément d'antenne d'émission et le premier élément d'antenne de réception, puis déduire tous les autres éléments (h_{12} , h_{21} et h_{22}) de la matrice de canal $\mathbf{H}$ **de la** manière suivante :

$$\textbf{Eq.}\,(7)\quad h_{11} = e^{-jkd}$$

$$\textbf{Eq.}\,(8)\quad h_{12} = e^{-j\varphi_{Tx}} e^{-jkd}$$

$$\textbf{Eq.}\,(9)\quad h_{21} = e^{-j\varphi_{Rx}} e^{-jkd}$$

$$\textbf{Eq.}\,(10)\quad h_{22} = e^{-j\varphi_{Tx}} e^{-j\varphi_{Rx}} e^{-jkd}$$

La matrice du canal MIMO est alors formulée comme suit :

$$\textbf{Eq.}\,(11)\quad \boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

L'approche ci-dessus pour calculer la matrice $\mathbf{H}$ sur la base d'un seul élément de la matrice de canal $\mathbf{H}$ et du déphasage entre les antennes n'est valable que dans le cas d'antennes colocalisées et dans l'hypothèse d'une ULAA, où la distance entre les antennes est très faible. Dans le cas d'un déploiement MIMO entrelacé, où les antennes peuvent être très éloignées les unes des autres, l'algorithme de traçage de rayons doit être exécuté pour chaque paire d'antennes d'émission et de réception.

D'après la théorie de la communication, la matrice du canal $\mathbf{H}$ peut être estimée au niveau du récepteur en utilisant des séquences d'apprentissage transmises connues. Les signaux reçus sont déjà connus du récepteur et, avec la matrice de canal estimée $\mathbf{H}$, le récepteur peut effectuer des calculs d'algèbre avancée pour résoudre certaines équations et déduire les signaux transmis. Si les équations sont faciles à résoudre, le canal peut être utilisé pour la transmission de signaux multicouches (flux multiples), ce qui permet d'améliorer l'efficacité spectrale. En revanche, si les équations ne sont pas faciles à résoudre, la transmission de deux flux spatiaux différents n'a pas de sens et l'efficacité spectrale ne peut pas être améliorée. Dans ce cas, un seul flux peut être transmis et seule une amélioration en termes de couverture et de rapport signal/bruit peut être obtenue. Comment peut-on alors évaluer la solvabilité des équations ? En fait, il s'avère que la solvabilité des équations peut être évaluée à l'aide de la matrice de canal $\mathbf{H}$ elle-même et plus particulièrement à l'aide des propriétés de rang et de nombre de condition de la matrice de canal. Un rang complet et un nombre de condition faible de la matrice de canal $\mathbf{H}$ signifient que les équations sont facilement résolubles. En revanche, un rang faible et un numéro de condition élevé de la matrice de canal $\mathbf{H}$ signifient que les équations ne sont pas faciles à résoudre. Dans les sections suivantes, le rang et le numéro de condition de la matrice de canal $\mathbf{H}$ seront décrits plus en détail.

2.2 Indicateur de rang de la matrice du canal H

Le canal MIMO étant modélisé par une matrice, nous pouvons appliquer tous les concepts mathématiques de la théorie de l'algèbre linéaire à la matrice $\mathbf{H}$ pour évaluer les performances d'un système MIMO. Par exemple, supposons que nous ayons la matrice $\mathbf{H}$ 2x2 suivante :

$$\textbf{Eq.}\,(12)\quad \boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

À partir de cette matrice $\mathbf{H}$, nous pouvons créer 2 vecteurs de lignes (ou 2 vecteurs de colonnes) et pour cet exemple, créons les 2 vecteurs de lignes ($\mathbf{V_1}$ et $\mathbf{V_2}$) comme suit :

$$\mathbf{Eq.}(13) \quad \begin{matrix} \boldsymbol{V_1} = [h_{11} \quad h_{12}] \\ \boldsymbol{V_2} = [h_{21} \quad h_{22}] \end{matrix}$$

Ces deux vecteurs peuvent être linéairement indépendants ou linéairement dépendants l'un de l'autre. Une question se pose : combien de ces vecteurs sont-ils linéairement indépendants l'un de l'autre ? La réponse à cette question est le ***rang de*** cette matrice $\mathbf{H}$.

Ainsi, par définition et d'un point de vue purement mathématique, le rang d'une matrice est le nombre de lignes linéairement indépendantes d'une matrice. Dans l'exemple ci-dessus de la matrice 2x2 $\mathbf{H}$, le rang peut être 1 ou 2.

Comment peut-on alors déterminer le nombre de lignes (ou de colonnes) linéairement indépendantes du canal matriciel $\mathbf{H}$? La réponse à cette question provient également de la théorie mathématique de l'algèbre linéaire. En fait, il faut effectuer une ***décomposition en valeurs singulières*** (**SVD**) de la matrice de canal $\mathbf{H}$ pour déterminer le nombre de vecteurs de lignes (ou de vecteurs de colonnes) linéairement indépendants et, par conséquent, le rang de la matrice de canal $\mathbf{H}$.

3 Décomposition en valeurs singulières de la matrice du canal

En algèbre linéaire, la SVD est la factorisation d'une matrice complexe ou réelle. Dans notre cas, la SVD de la matrice de canal $\mathbf{H}$ peut être formulée comme suit [1] :

$$\mathbf{Eq.}(14) \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{U}\,.\ \boldsymbol{\Sigma}\,.\boldsymbol{V^H}$$

Où $\boldsymbol{U}$ et $\boldsymbol{V}$ sont deux matrices unitaires complexes. Les colonnes des matrices $\boldsymbol{U}$ et $\boldsymbol{V}$ représentent les vecteurs propres de $\mathbf{H.H^H}$ et $\mathbf{H^H\ .H}$ respectivement. $\mathbf{H^H}$ représente l'Hermitien de la matrice $\mathbf{H}$, c'est-à-dire la transposée conjuguée de la matrice complexe $\mathbf{H}$. La matrice$\boldsymbol{\Sigma}$ est une matrice diagonale et ne contient que les ***valeurs singulières*** de la matrice de canal $\mathbf{H}$ sur la diagonale principale. Dans le cas d'un canal MIMO 2x2, la matrice diagonale$\boldsymbol{\Sigma}$ serait la suivante :

$$\textbf{Eq.}\,(15)\quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

La SVD appliquée à la matrice $\mathbf{H}$ du canal MIMO peut être illustrée graphiquement comme suit :

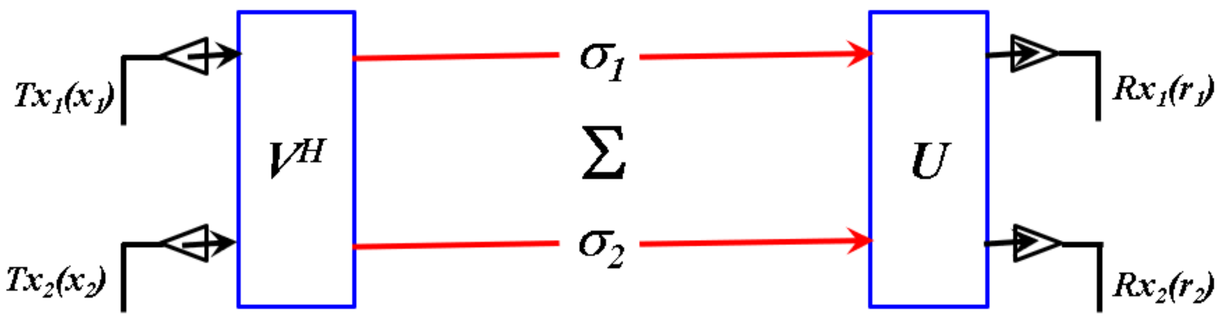

Figure 5: Décomposition en valeurs singulières de la matrice du canal $\mathbf{H}$

Comme le montre la figure ci-dessus, la décomposition en valeurs singulières de la matrice du canal peut être considérée comme la séparation du canal MIMO en deux canaux de transmission parallèles indépendants avec les coefficients de canal de transmission σ_1 et σ_2 . En d'autres termes, avec la SVD de la matrice $\mathbf{H}$, le canal MIMO est divisé en deux canaux SISO parallèles virtuels. Chacun de ces canaux SISO virtuels contribuera au débit total du canal MIMO tant que les coefficients du canal de transmission σ_1 et σ_2 sont suffisamment élevés. Il s'avère que ces valeurs singulières de la matrice du canal $\mathbf{H}$ sont intimement liées au rang de la matrice du canal, comme indiqué précédemment. Le rang de la matrice de canal $\mathbf{H}$ est, en fait, le nombre de valeurs singulières non égales à zéro, ce qui est équivalent à la définition précédente du rang comme le nombre de vecteurs lignes (vecteurs colonnes) linéairement indépendants de la matrice de canal $\mathbf{H}$. En résumé, pour trouver le rang du canal de la matrice $\mathbf{H}$, il faut trouver le nombre de valeurs singulières non nulles à partir de la factorisation SVD, ce qui équivaut au nombre de vecteurs lignes (ou vecteurs colonnes) linéairement indépendants de la matrice du canal $\mathbf{H}$.

4 Numéro d'état

Sur la base de la définition et de l'explication de l'indicateur de rang et du fait que le rang ne tient compte que du nombre de valeurs non nulles dans la matrice des valeurs singulières, on peut se poser la question suivante : Cela signifie-t-il que le nombre de valeurs n'a pas d'importance ? Par exemple, existe-t-il une différence en termes de performance de communication réelle entre (σ_1 =1 ;σ_2 = 1) et (σ_1 = 1 ;σ_2 = 0,001) ? Il est clair que dans les deux cas, le nombre de valeurs singulières non nulles est = 2 et l'indicateur de rang serait = 2 dans les deux cas. Toutefois, les performances réelles en matière de communication sont différentes. Si l'une de ces valeurs singulières est beaucoup plus importante que l'autre, il devient très difficile pour le récepteur de décoder le signal le plus faible. Cela souligne l'importance du rapport entre les valeurs singulières. Cela nous amène à un autre indicateur. Ainsi, afin d'estimer correctement les performances réelles d'un système de communication MIMO, il convient de prendre en compte un autre indicateur en plus de l'indicateur de rang. Ce nouvel indicateur s'appelle le ***nombre de conditions (CN)*** de la matrice de canal $\mathbf{H}$ et il est défini comme le rapport entre les valeurs maximales et minimales des valeurs singulières de la matrice de canal $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{Eq.}\,(16)\quad CN = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$$

Dans la pratique, le numéro de condition $\boldsymbol{CN}$ est exprimé en logarithme comme suit :

$$\mathbf{Eq.}\,(17)\quad CN_{dB} = 20 \times log_{10}\left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}\right)$$

De manière équivalente au calcul des valeurs singulières,σ_i , de la matrice de canal $\mathbf{H}$, il peut être démontré mathématiquement que nous pouvons également calculer les valeurs propres,λ_i , de la matrice corrélée associée $\mathbf{H^H .H.}$ En d'autres termes, les valeurs singulières et les valeurs propres sont liées l'une à l'autre par :

$$\mathbf{Eq.}\,(18)\quad \sigma_i^2 = \lambda_i$$

où

$$\mathbf{Eq.}\,(19)\quad SVD(\boldsymbol{H}) \propto [\sigma_i]$$

$$\mathbf{Eq.}\,(20)\quad Eigen(\boldsymbol{H^H}.\boldsymbol{H}) \propto [\lambda_i]$$

A partir des relations et définitions ci-dessus, le $\boldsymbol{CN}$ peut être calculé comme suit :

$$\mathbf{Eq.}\,(21)\quad CN_{dB} = 20 \times log_{10}\left(\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}\right) = 10 \times log_{10}\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)$$

La théorie de l'information et le théorème bien connu de Shannon Hartley pour les systèmes de communication sans fil SISO montrent que la capacité théorique du canal dépend principalement de la largeur de bande et du rapport signal/bruit. Toutefois, dans la configuration MIMO d'un système de communication sans fil, la largeur de bande et le rapport signal/bruit ne suffisent pas à évaluer le canal MIMO. En plus du rapport signal/bruit et de la largeur de bande, le nombre de conditions doit être pris en compte pour évaluer les performances du canal MIMO. En fait, il a été démontré que pour une valeur SNR fixe, l'efficacité spectrale d'un système MIMO diminue à mesure que le nombre de conditions augmente. Par exemple, dans [2], il a été démontré qu'un RSB de 15 dB est nécessaire pour obtenir une efficacité spectrale de 10 bits/s/Hz avec un nombre de conditions égal à 0 dB. Toutefois, pour obtenir la même efficacité spectrale de 10 bits/s/Hz mais avec un numéro de condition égal à 16 dB, le RSB requis serait de 20 dB au lieu de 15 dB. En d'autres termes, il ne suffit pas de prendre en compte le RSB et la largeur de bande pour évaluer les performances des systèmes MIMO. Le nombre de conditions est aussi important que le rapport signal/bruit lorsqu'il s'agit d'évaluer le canal MIMO et les performances MIMO. Dans le monde réel, des indices de condition logarithmiques de 0 à 10 dB sont considérés comme très bons pour le déploiement MIMO. Tout canal dont l'indice de condition est supérieur à 20 dB est considéré comme impraticable pour un déploiement MIMO. Dans notre outil, la valeur par défaut de l'indice de condition est fixée à 20 dB, mais l'utilisateur peut modifier le seuil de cet indice de condition et explorer différents résultats avec différentes valeurs de l'indice de condition.

Le tableau suivant illustre la relation entre le nombre de conditions et la performance du système MIMO, où un CN inférieur à 10 dB est considéré comme une performance MIMO complète et un CN supérieur à 20 dB est considéré comme une absence d'amélioration MIMO.

Tableau 1: Performance MIMO en fonction du nombre de conditions

H-matrix rank	20 log κ(H) (dB)	Full MIMO ?
Full	< 10	Yes
Full	10-20	Yes, compromised
Full	> 20	No
Not full	any	No

5 Carte de sortie de l'indicateur de rang

Dans iBwave Design, une nouvelle carte de sortie a été ajoutée dans la version 11. Pour calculer la carte de sortie de l'indicateur de rang dans iBwave Design, quatre paramètres doivent être définis :

1) Distance entre les récepteurs colocalisés, d_{RX} (m)
2) Distance entre les émetteurs colocalisés, d_{TX} (m)
3) Valeurs propres Seuil (sans unité)
4) Seuil du nombre de conditions, CN (dB)

Les distances entre les récepteurs colocalisés et les émetteurs colocalisés sont utilisées pour les antennes colocalisées et le cas ULAA (réseau d'antennes linéaires uniformes) pour calculer le déphasage entre les éléments des antennes et donc pour calculer tous les éléments de la matrice de canal $\mathbf{H}$ comme décrit dans le présent document. Si le système MIMO ne comporte pas d'antennes MIMO colocalisées, chaque élément de la matrice de canal $\mathbf{H}$ sera calculé séparément à l'aide de l'algorithme de traçage de rayons et du diagramme de traçage de rayons associé. Le seuil des valeurs propres est nécessaire car dans notre application de matrice de canal MIMO, les valeurs singulières peuvent être très petites mais rarement exactement nulles. Par conséquent, nous obtiendrons toujours un rang = 2. Pour résoudre ce problème, nous utilisons un certain seuil pour déterminer le nombre de valeurs singulières non nulles. Par défaut, nous proposons un seuil de 10^{-16} , mais l'utilisateur peut définir son propre seuil s'il souhaite étudier les résultats de l'indicateur de rang. Enfin, le quatrième paramètre est le seuil pour le nombre de conditions. Ce seuil est utilisé comme deuxième critère pour déterminer le rang de la matrice du canal. Le premier critère consiste à déterminer le nombre de valeurs singulières supérieur à un certain seuil. Ensuite, le deuxième critère consiste à comparer le nombre de conditions à un certain seuil. Par exemple, si deux valeurs singulières sont supérieures au seuil mais que le nombre de conditions est supérieur au seuil du nombre de conditions, le rang sera =1 au lieu de 2. La valeur suggérée par défaut pour le nombre de conditions est de 20 dB.

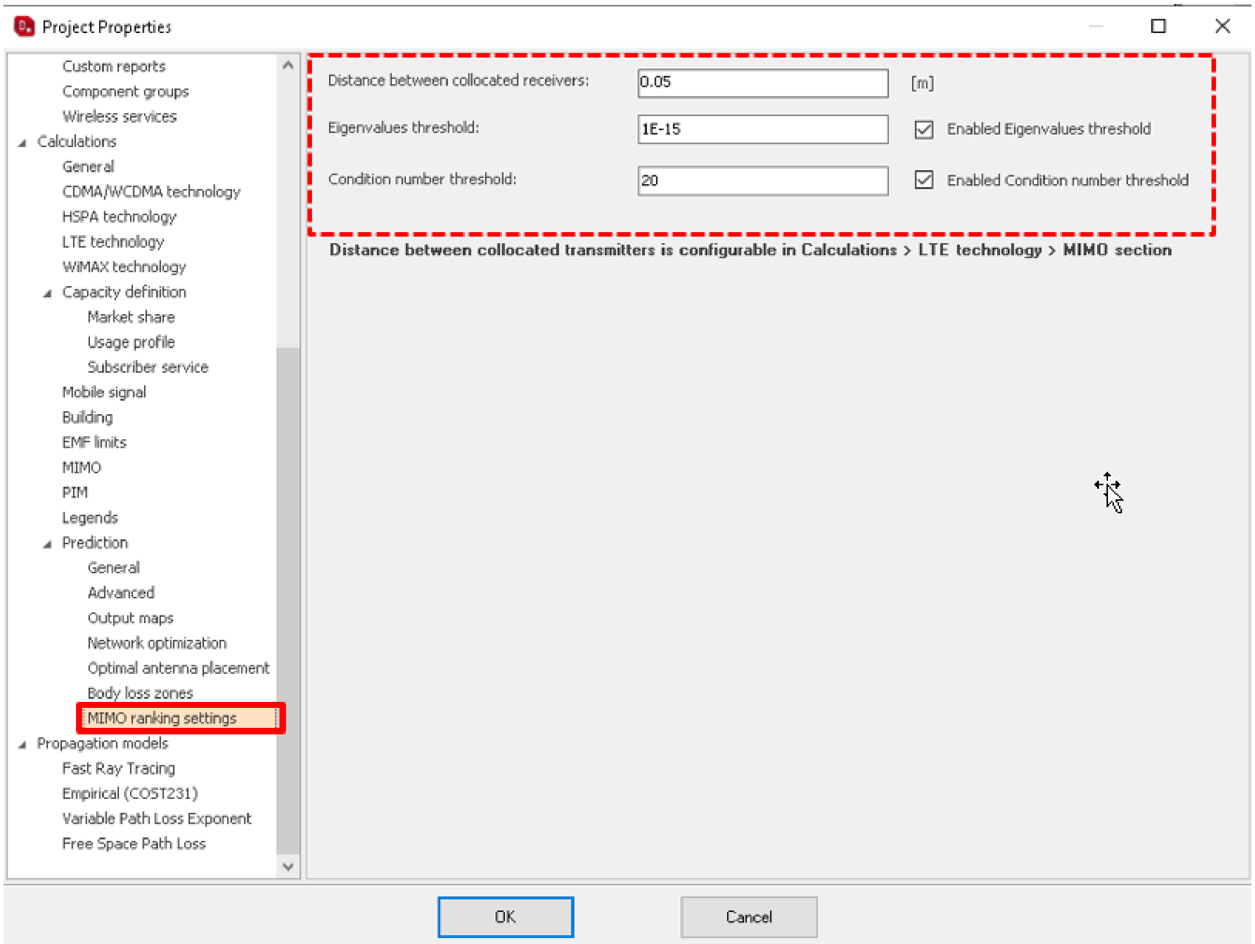

Figure 6: Paramètres de la carte de sortie de l'indicateur de rang

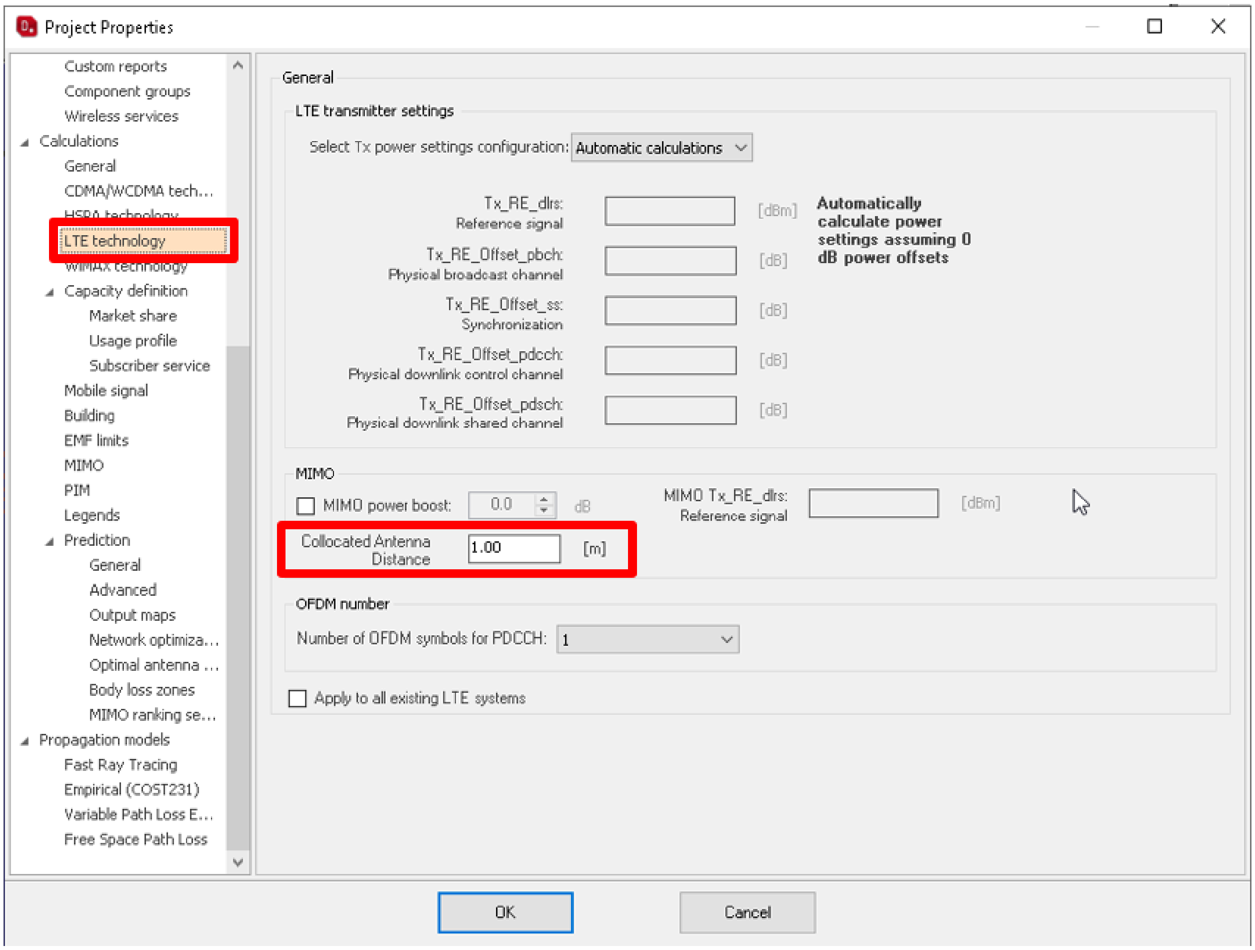

Figure 7: Réglage de la distance Tx pour la sortie de l'indicateur de rang Carte

Les résultats de la carte d'entrée de l'indicateur de rang pour un scénario simple avec des zones LOS et réfléchies à l'aide de l'outil iBwave Design sont présentés dans la figure suivante :

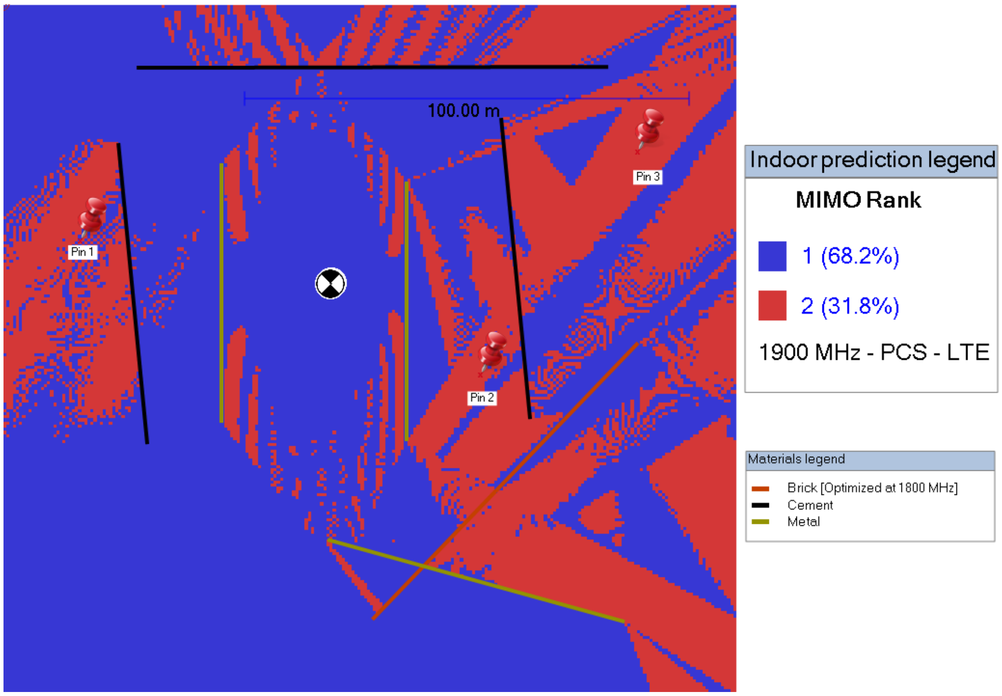

Figure 8: Résultats de la simulation de l'indicateur de rang avec d_{TX} =1m ; d_{RX} = 0,05m, seuil CN =20 dB et seuil des valeurs propres = 10^{-16}

6 Références

[1] Nicolas Bourbaki, Éléments de mathématiques - Algèbre - Partie I

[2] G. J. Foschini et M.J. Gans, "On Limits of Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multiple Antennas", Wireless Personal Communication 6, 311-335, 1998.

[3] W. L. Stutzman et G. A. Thiele, "Antenna Theory and Design", deuxième édition, John Wiley & Sons, Inc. 1998

À propos d'iBwave

Les solutions iBwave, la norme en matière de planification de réseaux intérieurs convergents, sont à l'origine d'une expérience sans fil exceptionnelle dans les bâtiments, permettant à des milliards d'utilisateurs finaux et d'appareils de se connecter à l'intérieur d'un large éventail de lieux. En tant que référence mondiale de l'industrie, nos solutions logicielles permettent une planification, une conception et un déploiement plus intelligents de tout projet, quelle que soit sa taille, sa complexité ou sa technologie. En plus d'un logiciel innovant, nous sommes reconnus pour notre assistance de classe mondiale dans 100 pays, la base de données de composants la plus complète de l'industrie et un programme de certification bien établi. Pour plus d'informations, visitez : www.ibwave.com.